Akademisk Afhandling

Om ett vidsträktare bruk af Qvadrat- och Rutetalens tabell vid Division,

hvilken

med Vidtberömda Filosofiska Fakultetens tillstånd

och under Præsidium

af

Mag. CARL JOH. D$^{\underline{S}}$ HILL,

Math. Professor, R. N. O., L. K. V. A.,

ACAD. LUGD. BAT. BIBL.

för

Filosofiska Doktorsgraden

utgifves

af

ADOLF FREDRIK LINDEGREN,

Filos. Kand., af Blekingska Nationen,

att offentligen försvaras

å Mathematiska Lärosalen den 10 Juni 1850.

VI.

Lund,

tryckt uti Berlingska Boktryckeriet,

1850.

Konungens

Högtbetrodde Man, Justitie-Rådet,

Riddaren af Kongl. Nordstjerne-Orden,

Philosophie Magistern

Välborne

H:r ADOLF ALEXANDERSON

egnas denna afhandling med vördnad och tacksamhet

af

en tillgifven systerson

ADOLF FREDRIK LINDEGREN.

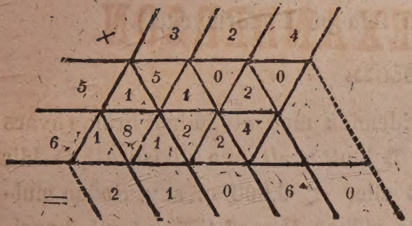
—357912468013579—
—715824936027158—
—1431649872054316—
1431649872054316
715824936027158
—715824936027158—
—1073737404040737—
8947811700339475 $\frac{1}{4}$

8847436117244037362207 59 =
= 88333641027559626417924 1

Skrifves den mindre factorn med negativa siffror (= $25\bar{3}\bar{2}024\bar{4}\bar{2}\bar{1}$), så att ingen blir > 5, så kan multiplikation ock lätt göras på vanligt sätt, eller med Nepers stafvar eller med maschin. —

Ex. 7. $a = 680523$ | $\square$
$b = 283556$ | $\{$ — 482004
$c = 482040 - \frac{1}{2}$ | $\{$ 232362561600 $\frac{1}{4}$
$d = 198483\ \frac{1}{2}$ | — 39394310412 $\frac{1}{4}$
(sätt $d = 10\beta + 3\frac{1}{2}$) | $-2\beta . 3\frac{1}{2}$ - 138936

$a . b =$ 192966379788.



En säker multiplication sker ock med hvarje enkel produkts fulla utsättande i hvar sin rhomb, en siffra på hvardera sidan om diagonalen, såsom 65 × 324 så:

f) Decimalbråk multipliceras på samma sätt, blott med iakttagande af den vanliga reglen för decimalteknets sättande *). Dock som de sällan exact uttrycka

---

*) Bättre är dock, att flytta decimalstrecket till näst efter den första gällande siffran, samt sätta deröfver antalet af förbiflyttade siffror, (med — om flyttningen skedde åt höger), samt vid multiplikation addera, och vid division subtrahera dessa antal (eller visare). såsom $3579,12468 = \overset{III}{3,579}'124{\cdot}68 = \overset{III}{a} = A$, $B = 2468,02 = \overset{III}{2,46802} = \overset{III}{b}$, $\alpha = 0,0000000013579 = \overset{-X}{1,3579} = \overset{-X}{\beta}$, då $B . A = \overset{III}{2,468} . \overset{III}{3,579} = \overset{III+III}{8,833} \ldots = \overset{VI}{8{\cdot}833'364,1}$ (eller $= (a \cdot b)$) och $B \cdot \alpha = \overset{III}{b} \cdot \overset{-X}{\beta} \doteq \overset{III-X}{(b\beta)} = \overset{-VII}{(b\beta)} = \overset{-VII}{3,35133} = 0,000000335133 = C = \overset{-VII}{\eta}$, och tvärtom $C : B = \overset{-VII}{\eta} : \overset{III}{b} = \overset{-VII-III}{(\eta b^{-1})} = \overset{-X}{\beta} = \alpha$, om $\eta : b = \beta$ eller 3,35 : 2,468 = 1,3579. Äfvenså är $\overset{V}{2} \cdot \overset{II}{3} = \overset{VII}{6}$, $\overset{V}{2} \cdot \overset{-I}{3} = \overset{V-I}{6} = \overset{IV}{6}$, $\overset{-V}{2} \cdot \overset{-II}{3} = \overset{-VII}{6}$, $\overset{VII}{6} : \overset{II}{3} \doteq \overset{VII-II}{2} = \overset{V}{2}$, $\overset{IV}{6} : \overset{-I}{3} = \overset{VI-(-I)}{2} = \overset{IV+I}{2} = \overset{V}{2}$, o. s. v.

Dessa reglor öfvergå sedermera i Logarithmernes.

de vanliga bråk, hvilka de skola ersätta, och aldrig de surdatalen, så åtnöjer man sig med ett visst antal decimaler, t. ex. så många (en eller ett par flere), som det finnes mäst i den längsta factorn, t. ex. 15 a 16 vid talen i föregående 6:te exempel. Då uträknar man blott producten af factorernes större delar genom qvadrater, men af dessa och de mindre genom logarithmer.

Således: $a = 3,579124680$	$+3579124680 +$
$b = 2,468023579$ —	$-\ 19266 \mid 83236 - (= -43894^2)$
$\frac{1}{2} +)$	$+\ 64092 \mid 63866 +$
$c = 3,023574129 + \square$	$+\ 914155225 \mid 5495108641 +$
	$-\ 30858025 \mid 2555403601 -$
$d = 0,555550551 - \square$	$-\ 25862 \mid 61626 -$
(diff. 44996)	$+\ 20246 \mid 40016 +$
Så $\alpha \doteq \overset{-x}{1,3579}$	$a \cdot b = 884\bar{7}4\bar{3}610\ 242\bar{1}229720$
$\alpha = \overline{10},1328678$	$\alpha \cdot b = 3351330$
$b = 0,3923494$	$(a + \alpha) : b = 883336410\ 27559627$
$10,5252172$	Den sidsta siffran kan fela på 1 (förmycket).

VI. Till division.

A) Först multiplicerar man divisor och dividenden med ett sådant bråk, (hvars nämnare helst bör vara sammansatt af 2 och 5 blott), att nya divisorn (d) blir nära $= 1$, nemligen $= 1 \pm x$, med $x < 0,03$ eller $< 0,003$ o. s. v. Sedan multiplicerar man dividendens 2, 3 (eller flere) första siffror D med $1 \mp x + x^2$, hvarigenom man får ett lika stort antal i qvoten; så multipliceras dessa med hela divisorn (antingen den gamla, eller den nya, om den är noga), och producten dras ifrån den motsvarande dividenden, hvarefter resten divideras på samma sätt till erhållande af qvotens följande siffror, o. s. v.

Anm. För att vinna en sådan förberedelse af division, iakttages följande:

a) 1) Dividera först med 2, 4, 5 eller 8, så att divisorns första siffra blir $\doteq 1$ eller < 1, d. ä. < 10 men > 8 (eller de 2 första < 20, ja < 16 eller 13). Man kan ock dividera med annat tal, särdeles när det går jemt upp.

2) Multiplicera så med 6, 7 . . . eller 19, att de 2 första bli 10 eller 98, eller ännu bättre 100 á 103 eller 97 à 99; och flytt dec.-tecknet, så att divisorn ej afviker 3 procent från 1, utan är $= 1 \pm x$, med $x < 0,03$, och således $x^2 < 0,0009 < 1'$.

3) Derefter är qvoten $\frac{a}{1 \pm x} \doteq a(1 \mp x)$ på ax^2 när; således ej med en tusendel fel, hvarföre genom denna multiplikation fås qvotens 3 första siffror rigtiga. Ty om än dividendens 3 första siffror voro $999 = a$, så är felet på qvoten $< 0,999 < 1$.

Ex. Divisorn $= 758 = d$, $4d = 3032$, $\frac{4d}{3} = d.(1 + \frac{1}{3}) = 1011^{-\frac{1}{3}}$; eller $\frac{d}{8} = 95^{-\frac{1}{4}} = 10\bar{5},\overline{25}$, $\frac{d}{800} = 1{,}0\overline{525} = \frac{19}{20}$ eller $\frac{20}{21}$ och således $\frac{21d}{16000}$ nära $= 1$ nemligen $= 0{,}995\overline{125} = 1{,}00\overline{5125} = \frac{d}{1000}.(1 + \frac{5}{16})$, der således $\frac{5}{16}$ eller $\frac{1}{3}.(1 - \frac{1}{16})$ kommit i stället för $\frac{1}{3}$ och är i alla afseenden mycket bättre.

b) Eller så: Man bildar ett bråk af divisorns 3 första siffror (d) och 1000, samt uttrycker detta i minsta siffror $\left(\frac{r}{n}\right)$, hvaraf ingen behöfver vara $>$ 30; då således $\frac{d}{1000}$ är nära $= \frac{r}{n}$, så är $\frac{nd}{r\,.\,1000}$ nära $= 1$ (på 0,001).

		0 : 1	
	Ex. 758)1000(1	1 : 1	1) $\frac{d\,.\,4}{3000} = 1{,}011\overline{33}\,..$
	726 :242 = 3	3 : 4	2) $\frac{d\,.\,29}{22000} = \frac{1100\bar{9}}{11000} = 1{,}000\overline{82}\,...$
	32) 224(7	22 : 29	
	:18 = 1	25 : 33	eller bäst
2274	14) (1	47 : 62	3) $\frac{d\,.\,33}{25000} = 1{,}00056 \left(= \frac{d\,.\,132}{100000}\right)$
2274	:4 = 3		
25014	2) (2		
100056			

c) Eller man multiplicerar eller dividerar divisorn d med $2^m 5^{n'}$ så att producten blir nära 100 . . . . , såsom med 200 . . , 400 . . . , 8000 . . , 1600 . . . , eller blott med någon potens 2^m af 2, hvarefter man tar de första siffrorne i producten till täljare (r) i $\frac{r}{n}$. T. ex. efter $2^{10} = 1024$ och 7,5 är nära $= 8 = 2^3$, så måste $7{,}5\,.\,2^7$ göra nära $= 2^3\,.\,2^7 = 1024$, det gör också $= 960 = 10\bar{4}0$. Äfvenså gör $758\,.\,128 = 97'024$ och följakteligen $\frac{758 \cdot 128}{100'000} = 0{,}97024 = 1{,}0\bar{3}024 = \frac{758}{5^5} \cdot 2^2$.

d) Eller man dividerar divisorn (eller des 3 första siffror) i 1 (eller i 100 eller i 1000 &c.), och begagnar ett par eller tre af de första erhållna siffrorne i qvoten till gemensam multiplicator.

Ex. 758)1000 . . .(132 $= 1\bar{1} \cdot 12$, som begagnas såsom förut.

```
758)1000
    2420
     1460
     1516
```

e) Eller man dividerar divisorn (och äfvenså dividenden) med dess första siffra, om denna är $>$ 5, sedan den andra är gjord mindre än 5, då qvoten eller

nya divisorn börjar med 10 . . . Skulle dess nya tredje siffra vara > 3, så ändras divisorn med en motsvarande del. Om deremot divisorns första siffra är < 5, så multipliceras först med 2, 3 eller 4, så att den blir > 5, och derefter förfares såsom nyss.

Ex. $758 = 8\overline{42} = 8 . 10\overline{5},\overline{25}$ samt $= 8 . (1-\frac{1}{19}) . 100,0\overline{1}$ . . .

Ex. $d = 1,27$; $4d = 5,08 = 5 . 1,016 = 5 . (1+\frac{1}{60}) . 1,000\overline{66}$ . .

f) I ena eller andra fallet kommer en decimatabell för de vanligare bråken till nytta, såsom, de bråk $< \frac{1}{2}$, hvilkas nämnare är < 13, äro i ordning efter storleken: $\frac{5}{11}, \frac{4}{9}, \frac{3}{7}, \frac{5}{12}, \frac{2}{5}, \frac{3}{8}, \frac{4}{11}, \frac{1}{3}, \frac{3}{10}, \frac{2}{7}, \frac{3}{11}, \frac{1}{4}, \frac{2}{9}, \frac{1}{5}, \frac{2}{11}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{1}{11}, \frac{1}{12}$. De skilja på mindre än $\frac{1}{30}$, man kan derföre bland dem utvälja ett, som ej skiljer $\frac{1}{60}$ från ett annat gifvet (decimal-)bråk. Märk dessa:

8	$\frac{1}{8} = 0,125$	$\frac{1}{3} = 0,33$	$\frac{2}{7} = 0,2857$	$\frac{1}{2} = 0,5$
4	$\frac{2}{8} = 0,25$	$\frac{1}{5} = 0,2$	$\frac{3}{11} = 0,2727$	$\frac{7}{15} = 0,4667$
$\frac{8}{3} = 2,667$	$\frac{3}{8} = 0,375$	$\frac{1}{6} = 0,167$	$\frac{1}{4} = 0,25$	$\frac{5}{11} = 0,4545$
2	$\frac{4}{8} = 0,5$	$\frac{1}{7} = 0,1428$	$\frac{2}{11} = 0,1818$	$\frac{4}{9} = 0,444$
$\frac{8}{5} = 1,6$	$\frac{5}{8} = 0,625$	$\frac{1}{9} = 0,111$	$\frac{2}{13} = 0,154$	$\frac{3}{7} = 0,42857$
$\frac{4}{3} = 1,333$	$\frac{6}{8} = 0,75$	$\frac{1}{10} = 0,1)$	$\frac{2}{15} = 0,133$	$\frac{5}{12} = 0,41667$
$\frac{8}{7} = 1,1428$	$\frac{7}{8} = 0,875$	$\frac{1}{11} = 0,0909$	$\frac{2}{17} = 0,117$	$\frac{4}{11} = 0,3636$
		$\frac{1}{12} = 0,0833$	$\frac{2}{19} = 0,1052$	

Ex. 0,18 kommer nära $\frac{2}{11}$, hvarföre $\frac{11}{2} . 0,18$ måste göra nära = 1, nemligen $= 1,0\overline{1}$.

A. Ex. 1. Att qvickt dividera 758'463 uti 883'07·292'494. Multiplicera först med $\frac{33}{25} = \frac{33}{100} \cdot 4$ eller med $3 . 4 . 11 = 11 . 12$, och 10^{-8}, så fås:

758463   88307292494
1516926   176614584988
9101556   1059687509928 $116565,6 = D$
9101556   1059687509928 $-136,5 = -Dx$
$d = 1,00117116$)$116565,62609208 = D (q = 116429,$
(ny divisor $= d = 1 + x$, | $q . d = 116565,35698764$
ny dividend $= D$.) |)rest $= r = 0,26910444($ 0,268789
$-r . x = -0,000315$ . .
ny qvot $= 0,268789$ . . $116429,268789 =$
(= hela qvoten).

Multiplication härtill:

$D = 116566$ | $117116 :: x$ | $-117116 = -1 . x$
$10^8 . x = 117116$ □ | $116430 = q + 1$ □
$+ 233682$ | 13651819 | 233546 | 136,35933529
-550 | -76 | -686 | -117649
$D . x = 13651743$ | $1 . q = 116429,$
$q . d = 116565,35698764.$

Ex. 2. Samma divisor, och således samma d. | men dividenden =

$$\begin{array}{r} 8831072\,92494 \\ 1766214\,584988 \\ \hline 10597287\,509928 \\ 1059728\,7509928 \\ \hline \end{array}$$

multipliceras med $12 . 11 : 10^8$

$d = 1{,}00117116 = 1+x$) gör $D = 1165701{,}62609208$ ($q = 1164338 =$ exact; Ty

$$\begin{array}{rcr} D & = & 1165702{,}\bar{4} \\ -\,D\cdot x & = & -\,1365{,}2 \\ +\,D\cdot x^2 & = & +\quad 1{,}6 \\ \hline q & = & 1164338{,}0 \end{array}$$

Ty af föreg. räkning är $1164290\,d = 1165653{,}5698764$

och $48\ d = \qquad + \quad 8{,}00936928$

$+ \quad 40{,}0468464$

således $q . d = 1165701{,}62609208 = D$

Anm. Grunden till hela detta förfarande är den, att $\frac{D}{1-x} = D + Dx + \frac{Dx^2}{1-x} =$ $= D + Dx + Dx^2 + \frac{Dx^3}{1-x}$, såsom man finner genom Algebr. division, och att det återstående bråket kan negligeras, när man blott vill ha några siffror i qvoten, och x dertill är nog litet.

B) Eller kan man hvarje gång få 4 eller 6 siffror i qvoten med tillhjelp af logarithmer, men för öfrigt räkna såsom nyss.

Ex. 3. $b = 1271808720$ uti)6099380351, $= a$($q = 4{,}795830$

$$\begin{array}{rr} 479583 & \square \\ \hline +\,175139172\ - & 7668432392{,}211396\ - \\ -\quad 79222472 & 1569053978{,}573796 \\ \hline b \text{ uti)}a_{,} = & 0001937{,}362400 \\ -\text{producten} \ldots = & -\,1937{,}36275668936 \\ \hline b \text{ uti)ny rest} = a_{,,} = & -\,000035668936(\end{array}$$

($1\cdot523313 = q_1$ erh. på samma sätt genom $\square$

$-\ 280458\,5$

Hela qvoten blir således $= \frac{a}{b} = 4{,}795831\cdot523312\,719541\,5$

$$\begin{array}{rcl} La & = & 9{,}7852857 \\ Lb & = & 9{,}1044217 \\ \hline Lq & = & 0{,}6808640 \\ \hline La_{,} & = & 3{,}2872108\ (-Lb) \\ \hline & & \bar{6}{,}1827891 = Lq_{,} \\ \hline L(-a_{,,}) & = & \bar{4}{,}5522902\ (-Lb) \\ \hline & & \overline{13}{,}4478685 = Lq_{,,} \end{array}$$

Anm. $8 . b$ gör här 1017445760, som derföre kan tagas till ny divisor, om förra sättet användes.

Den lilla 4-siffrige Logarithmer-tabellen kan vara nog, då man med den får 4 siffror i stöten. Ex. Dividera ${}^nL2$ med $1024 = d$.

$$\begin{array}{l} \quad\quad\; d \\ \text{Eller } 1024)0{,}693147\cdot180559\;945309\;4172(0{,}000677 \text{ (första qvoten):} \\ \quad\;\; -\;0{,}693248 \\ \quad\quad\quad d)\;\bar{1}0\bar{1}180 = r(q = -98'\cdot5 = 0{,}000000\cdot098'5\;- \\ \quad\quad\quad\; +\;100864 \\ \quad\quad\; d)\;r_1 = 0044559'94\;..\;(43'51 \quad = \quad +43'51 \\ \quad\quad\quad\quad\; -44554\;24 \\ \quad\quad\quad\quad\quad d)\;5\;705309 = r_2(5571 \\ \quad\quad\quad\quad\quad\; -5\;704704 \\ \quad\quad\quad\quad\quad\quad d)\;605'4172(\;..\;5912 \\ \quad\quad\quad\quad\quad\quad\; -605\;3888 \\ \quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad d)\;284(\;....\;27'8 \end{array}$$

Sammantaget blir således

hela qvoten $= 0{,}000676\cdot901543'515571\;591227''8.$

$$\begin{array}{lll} -\;Ld = -3{,}0103 & \text{multiplicera} & \\ L\,0{,}693 = 1{,}8408 & \text{med } d\;+ & \\ \quad\quad\;\; \bar{4}{,}8305 & & \\ \quad\quad\;\; 10 \quad = & 677 & \\ & 1354 & \\ & \;\;2708 & \\ Lr = \bar{4}{,}0036 & 693248 & \\ L\frac{r}{d} = \bar{8}{,}9933 = L\,985 & & \\ & 1970 & \\ & \;\;394 & \\ Lr_1 = \bar{8}{,}6490 & 100\cdot864 & \\ L\frac{r_1}{d} = \overline{11}{,}6387 = L\,4352- & & \\ \text{eller} = L\,4351 & \;\;8704 & \\ & \;17408 & \\ & 4456448 & \\ Lr_2 = \overline{12}{,}7563 & -1024 & \\ Lr_2 - Ld = \overline{15}{,}7460 = L\,5571 \text{ \&c.} & & \end{array}$$

Anm. På föregående sätt skulle man multiplicerat resterne med $1-0{,}024 + (0{,}024)^2$ eller med $1{,}0\overline{234}$;

såsom	0,6931	$\bar{1}0\bar{1}18$	4456
	— 13862	202	—891
	— 20793	303	—133
	0,6772	$\bar{1}015 = -985$	435- &c.

c) Eller kan man förena de bägge föregående sätten; man sätter nemligen divisorn under formen $\frac{r}{n}\,.\,(1 + x)$, hvarigenom qvoten blir $\dfrac{D}{\frac{r}{n}\,.\,(1 + x)} =$

$= \frac{nD}{r}\,.\,(1 - x + x^2 - x^3 +)$, der $\frac{nD}{r}$ uträknas på vanligt sätt (emedan divisorn r är ett litet, ett- eller högst tvåsiffrigt tal, eller sammansatt af sådana), men $\frac{nD}{r}\,.\,x$